

Оценка возможности движения шарика в конденсаторе

Первый способ.

Пусть расстояние между пластинами L , размера шарика d , расстояние до ближайшей пластины x . Шарик можно представить в виде диполя с дипольным моментом $p=qd$. Поле диполя в его центре $E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{(d/2)^2}$ по

порядку величины должно быть равно внешнему полю конденсатора E и противоположно ему, так как внутри проводящего шарика суммарное поле равно нулю. Следовательно, $q \approx \epsilon_0 d^2 E$ – индуцированный заряд на поверхностях шарика, обращенных к пластинам, а дипольный момент $p \approx \epsilon_0 d^3 E$.

Перераспределение заряда на пластинах можно представить по методу зеркальных изображений как появление такого же диполя с другой стороны, причем дипольные моменты будут сонаправлены. Тогда сила притяжения шарика к пластине конденсатора равна силе взаимодействия двух диполей, находящихся на расстоянии $r=2x$:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{6p^2}{r^4} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{6p^2}{(2x)^4} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{6(\epsilon_0 d^3 E)^2}{(2x)^4} \approx \frac{\epsilon_0 d^6 E^2}{30x^4} = \frac{\epsilon_0 d^6 U^2}{30x^4 L^2}.$$

Как видно из этой формулы, величина силы очень сильно (прошу прощения за тавтологию) зависит от геометрии задачи (особенно, размера шарика)!

Предположим, что $x \approx d$, а $L \approx 4d$ (из рисунка к задаче). При этих условиях влиянием второй пластины, которая в свою очередь также притягивает шарик, можно пренебречь (её сила будет примерно в 100 раз

меньше). Тогда: $F \approx \frac{\epsilon_0 U^2}{500}$, а так как U примерно равно 20-30 кВ (это завышенные значения: при таких полях в конденсаторе с расстоянием между пластинами в 3-4 см уже может произойти пробой), то в итоге сила F имеет

порядок 10^{-5} Н. Для того, что бы стало заметным движение шарика, нить должна отклониться градусов на 5-10, то есть отношение этой силы к силе тяжести должно быть примерно 0,1. Следовательно, эта сила способна слегка отклонить шарик массой примерно 10 мг. Для сравнения: масса шарика, полученного из фольги от одной стандартной шоколадки, 1 г! При этом уменьшение размера шарика всего в 2 раза при неизменных остальных размерах приводит к уменьшению силы притяжения в 64 раза.

Второй способ.

Предположим, что шарик находится в неоднородном поле. Тогда на шарик (диполь) будет действовать сила:

$$F = p \frac{dE}{dx} = \epsilon_0 d^3 E \frac{dE}{dx}.$$

Как и в первом случае сравним её с силой тяжести: $\epsilon_0 d^3 E \frac{dE}{dx} = 0,1 mg$. Если взять массу шарика 1 г, его размер 1 см (хотя, это очень много), расстояние между пластинами $4d = 4$ см, а поле

$$E = \frac{U}{L} = \frac{30 \text{ кВ}}{4 \text{ см}} \approx 10^4 \text{ (В/см)} = 10^6 \text{ (В/м)}$$

(что также сильно завышено, так как соизмеримо с полем пробоя сухого воздуха), то величина неоднородности: $\frac{dE}{dx} = \frac{0,1 mg}{\epsilon_0 d^3 E} \approx 10^8 \text{ (В/м}^2) = 10^4 \text{ (В/см}^2)$. То есть, на 1 сантиметре (на

размере шарика) поле должно уменьшится на величину, соизмеримую с самим полем, то есть до нуля! Опять же уменьшение размеров шарика приведёт к увеличению неоднородности.

Оценка грубая, но давайте будем реалистами – формально утверждать, что шарик будет притягиваться к ближайшей пластине нельзя!